

הדרכה לפתרון תרגיל בזרימת חום

הפתרון מבוסס על משוואת ניוטון לזרימת חום, הטוענת שאיבוד החום של גוף לסביבה (או לגוף שני) פרופורציוני להפרש הטמפרטורות בין הגוף לסביבה. במילים אחרות, ניתן לומר שזרימת חום מתנהגת כמו חוק אוהם בחשמל, כאשר מפל המתח מוחלף בהפרש הטמפרטורות, המוליכות החשמלית במוליכות תרמית והזרם החשמלי בזרימת חום. ואז:

$$(1) \quad I = \sigma V \quad (\text{חשמל}) \Rightarrow I_Q = \sigma \Delta T \quad (\text{חום})$$

כמו כן, צריך לזכור ששנוי טמפרטורה של ΔT בגוף בעל מסה M וקיבול חום C_V דורש אנרגיה של:

$$(2) \quad Q = -M C_V \Delta T$$

זרימת חום בקצב של I_Q בזמן dt מעבירה אנרגיה בכמות של:

$$(3) \quad dQ = I_Q dt.$$

לכן, בהינתן תנאי התחלה של T_1 ו T_2 ניתן לחשב את קצב זרימת החום הרגעית ע"י (1), את מעבר האנרגיה, באינטרוול זמן dt , ע"י (3) ואת שינוי הטמפרטורה בכל גוף, ΔT_1 ו ΔT_2 , ע"י (2). לאחר שחישבנו את שינוי הטמפרטורה לכל גוף נתאים את הטמפרטורה החדשה ע"י חיבור או חיסור לטמפרטורות המקוריות. תהליך זה חוזר על עצמו עם הטמפרטורות החדשות. אם נציב את (1) ו (2) ב (3) נקבל משוואה דיפרנציאלית, לינארית, מסדר ראשון, מהצורה:

$$dT/dt = -\alpha T$$

שפתרונה (בדומה להתפרקות קבל) הוא אקספוננט דועך:

$$T(t) = T_0 e^{-\alpha t}$$

צריך לחשב את הקבוע α עפ"י הנתונים במערכת.